1) $\lim\limits_{x\to 0^+} xE(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} 0 = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} xE(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} -x = 0$

$0E(0) = 0$

Vrai
$x \mapsto xE(x)$
continue en 0

2) Faux

h définie sur $[1,5]$ $\begin{cases} h(x) = -1 & \text{si } x \in [1,3[\\ h(x) = 1 & \text{si } x \in [3,5] \end{cases}$

$h(1)\times h(5) < 0$

Faux $(\vec{\mathcal{E}}, \vec{\delta})$ BON $\|\vec{\mathcal{E}}\|^2 = \|\vec{\delta}\|^2$

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \vec{AB}\cdot\vec{AD} \Leftrightarrow \vec{AB}\cdot(\vec{AC} - \vec{AD}) = 0 \Leftrightarrow \vec{AB}\cdot\vec{DC} = 0$

$\Leftrightarrow (AB) \perp (CD)$

1) $D_f =]-\infty, 2] \setminus \{0\}$

$x \mapsto \frac{1}{x}$ continue sur $]-\infty, 0[$

$x \mapsto 2-x$ continue et + sur $]-\infty, 0[$

$x \mapsto \frac{1}{x} + \sqrt{2-x}$ continue sur $]-\infty, 0[$

de même $x \mapsto \frac{1}{x} + \sqrt{2-x}$

continue sur $]0, 2]$

c) pour tout $x \in]0, 2]$

$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{x} > 0 \\ \sqrt{2-x} \geq 0 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Rightarrow} f(x) > 0$

2) a) f continue sur $[-1, -\frac{1}{2}]$

$f(-1) = \sqrt{3} - 1 > 0$

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{-4 + \sqrt{10}}{2} < 0$

l'éq $f(x) = 0$ admet une solution

α dans $[-1, -\frac{1}{2}]$

b) Pour tout réel $x < 0$

$\left.\begin{array}{l} x^2 > 0 \\ (\alpha - 2)x > 0 \\ \alpha^2 - 2\alpha > 0 \end{array}\right\} \overset{(+)}{\Rightarrow}$

$x^2 + (\alpha - 2)x + \alpha^2 - 2\alpha > 0$

$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} + \sqrt{2-\alpha} = 0$

$\Rightarrow 2\alpha^2 - \alpha^3 = 1$

$\sqrt{2-\alpha} = -\frac{1}{\alpha}$

$\Rightarrow 2 - \alpha = \frac{1}{\alpha^2}$

Pour tout $x \in D_f$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{2-x} = \frac{x\sqrt{2-x}+1}{x}$$

$$= \frac{x^2(2-x)-1}{x(x\sqrt{2-x}-1)} = \frac{2x^2-x^3-1}{x(x\sqrt{2-x}-1)}$$

$$= \frac{2x^2-x^3-2\alpha^2+\alpha^3}{x(x\sqrt{2-x}-1)} =$$

x	$-\infty$		α		0		2
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

le signe de $f(x)$ est celui de $\alpha - x$ sur $]-\infty, 0[$

$$4 - \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to -2^-} g(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{1}{x} + \sqrt{2-x} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to -2^+} g(x) = \lim_{x\to -2^+} x f(x) - \frac{5}{2} = \lim_{x\to -2^+} -2x - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to -2^-} g(x) = \lim_{x\to -2^+} g(x) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \lim_{x\to -2} g(x) = \frac{3}{2} \\ -2 \notin D_g \end{cases}$$

g prolongeable par continuité en -2

$\lim_{x\to -1^+} g(x) = g(-1) = -\frac{3}{2} \Rightarrow g$ continue à droite en -1

$\lim_{x\to -1^-} g(x) \neq g(-1) \Rightarrow g$ discontinue à gauche en -1

$\Rightarrow g$ discontinue en -1

b) $\lim\limits_{x \to -1^-} g(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} 2x - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to -1^+} g(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} -x - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$

$g(-1) = -1 E(-1) - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} 0 - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \\ \lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = -x - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \\ g(0) = -\frac{5}{2} \end{array}\right|$ g continue en 0

$$\lim_{x \to 1} \frac{g(x) - g(1)}{\sqrt{x^2+3} - 2} = \lim_{x \to 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{\sqrt{x^2+3} - 2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2+3x-3)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x^2+3x-3)(\sqrt{x^2+3}+2)}{x+1} = 14$$

$g(-\alpha) = -\alpha^3 + 2\alpha^2 - \frac{5}{2} = 1 - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$